

Aufgabe 4 (TR) ++ **Bergauffahrt eines Fahrzeuges**

Die Bergauffahrt eines Fahrzeuges mit der Masse m soll im Folgenden modelliert werden. Mittels der Antriebskraft $F_A(t)$ legt das Fahrzeug die Fahrstrecke s zurück. Während der translatorischen Bewegung treten Luftwiderstände und Fahrbahnreibung auf und es gelten die Annahmen, dass der Luftwiderstand proportional von der Geschwindigkeit zum Quadrat abhängt, während die Bodenreibung proportional zur

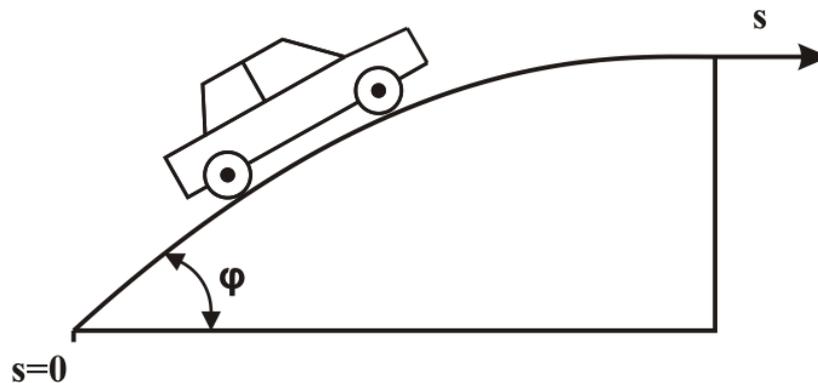


Abbildung 3: Prinzipskizze der Bergauffahrt

Geschwindigkeit ist. Der Steigungswinkel des Berges ändert sich kontinuierlich über die Beziehung $\varphi = \frac{a_\varphi}{s+1}$ mit der Konstanten a_φ für den betrachteten Bergbereich.

- a) Ergänzen Sie Abbildung 3 um alle Kräfte (mit ihrer entsprechenden Wirkrichtung), die das System beeinflussen.
- b) Stellen Sie anhand aller physikalischen Gleichungen ein mathematisches Modell auf, das das System vollständig beschreibt.
- c) Wählen Sie für das System einen geeigneten Eingang und Ausgang bzw. sinnvolle Zustände. Ist das System linear?

Aufgabe 5 (TR) ++ **Tankdurchfluss Trichter**

Das dynamische Verhalten eines kegelförmigen Flüssigkeitsbehälter (Abbildung 4) mit einem Zufluss q_{zu} und einem Abfluss q_{ab} wird näher betrachtet. Der Abfluss ist abhängig vom Abflussquerschnitt a und der Höhe h über die nicht-lineare Beziehung der Fließgeschwindigkeit $v_{ab} = \sqrt{2gh}$ mit der Erdbeschleunigung g . Es werden im Weiteren keine Strömungswiderstände betrachtet.

- a) Ermitteln Sie für das System ein mathematisches Modell. Durch welches Element wird der Behälter in einem generalisierten ESB dargestellt? Welche Elemente würden für laminare Widerstände in den Leitung verwendet?
- b) Zeichnen Sie für das Modell aus a) ein Strukturbild.

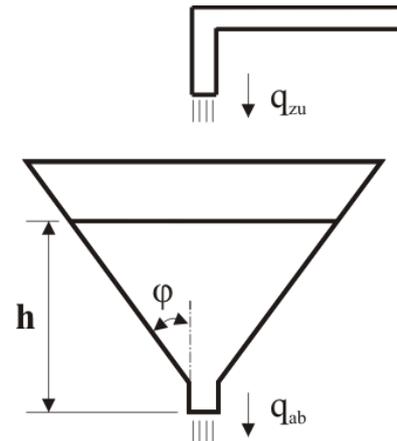
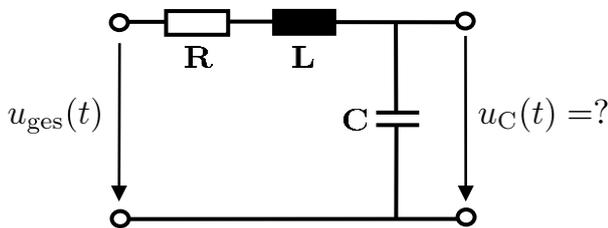


Abbildung 4: Prinzipskizze des Trichters

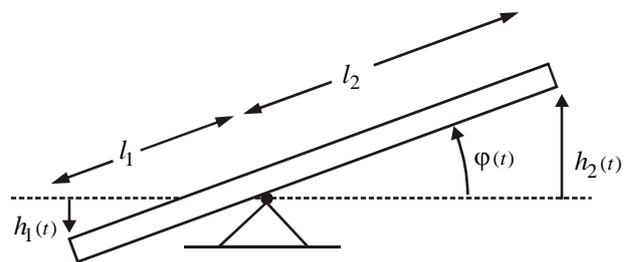
Aufgabe 6 (TR) + Basissysteme

- a) Stellen Sie die Gleichungen der physikalischen Zusammenhänge auf, die die folgenden Systeme beschreiben.

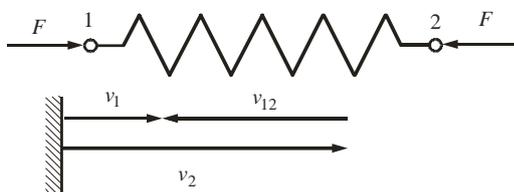
1. RLC-Serienschwingkreis



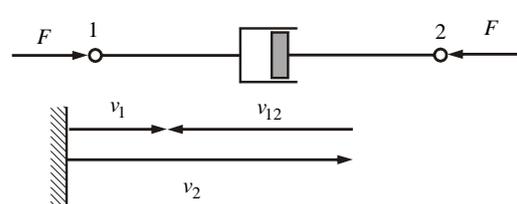
2. translatorische Wippe (masselos, keine Reibung)



3. idealisierte Feder



4. idealisierter Dämpfer

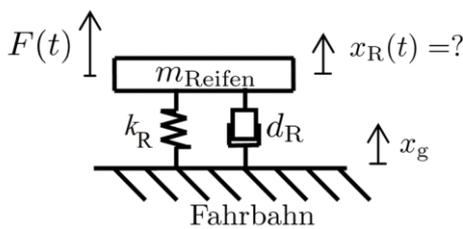


- b) Stellen Sie für die vier Systeme aus Aufgabenteil a) die aus der Vorlesung bekannten generalisierten Ersatzschaltelemente auf. Geben Sie in Bezug zu den mechanischen Größen jeweils die verallgemeinerte Spannung und den verallgemeinerten Strom an. Welches elektrische Element entspricht in Analogie zum Mechanischen einer Masse?

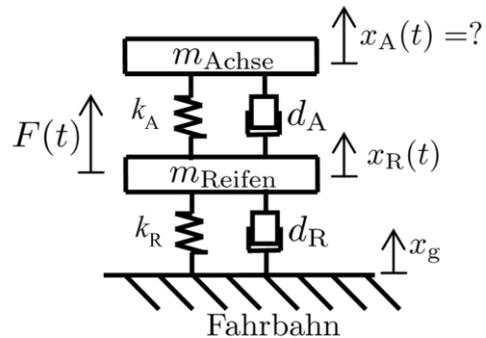
Aufgabe 7 (UE) Reifenmodelle

Stellen Sie für die folgenden gekoppelten Systeme die entsprechenden generalisierten Ersatzschaltbilder auf. Zerlegen Sie die Systeme dazu ggf. in Teilsysteme. Geben Sie anschließend die Differentialgleichungen an, welche die Systeme korrekt beschreiben.

a) *Reifenmodell als Feder-Masse-Dämpfer* ++

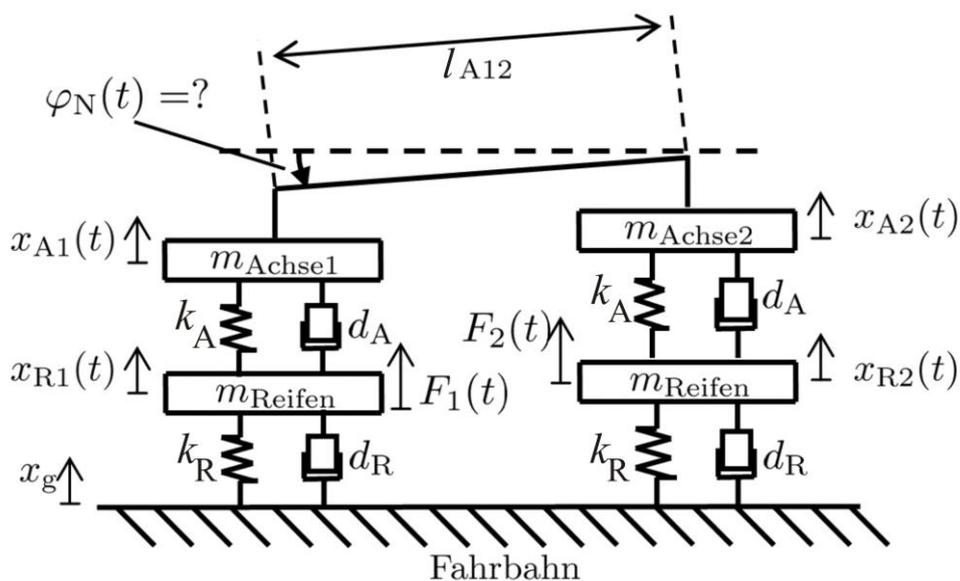


b) *Reifen-Achse-System* +++
(Eingangsgröße: $F(t)$)



c) *Zwei-Achs-System mit Nicken* ++++

(Eingangsgröße: $\Delta F(t) = F_2(t) - F_1(t)$,
Betrachtung für kleine φ_N)



Aufgabe 8 (TR) ++ mathematisches Pendel

In der nachfolgenden Abbildung 5 ist ein Pendel abgebildet mit der Masse m und der Stablänge l_1 . Es werden die Annahmen getroffen, dass der Stab mit der Winkel- auslenkung φ_1 masselos ist und keine Reibung auftritt.

- Stellen sie Differentialgleichung $\ddot{\varphi}(t) = f(\varphi(t))$ für die Bewegung des Pendels auf.
- Welche Ruhelagen hat das System? Linearisieren Sie die Differentialgleichung entsprechend in den Ruhelagen. Welche Annahme zur Vereinfachung wird häufig für kleine Winkelauslenkungen getroffen?

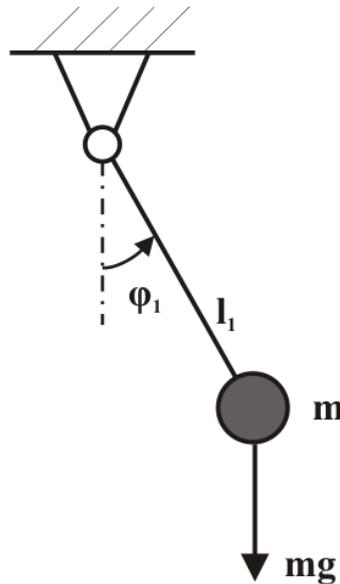


Abbildung 5: Prinzipskizze des Pendels

Aufgabe 9 (TR) ++ Schwungrad

Das in Abbildung 6 dargestellte Schwungrad ist über eine Welle fixiert. Die Welle hat sowohl dämpfendes als auch federndes Verhalten und wird daher als Feder-Dämpfer-System mit der Federkonstanten k und der Dämpfungskonstanten d betrachtet. Die Winkelstellung φ der Schwungscheibe wird über das Moment M gezielt beeinflusst.

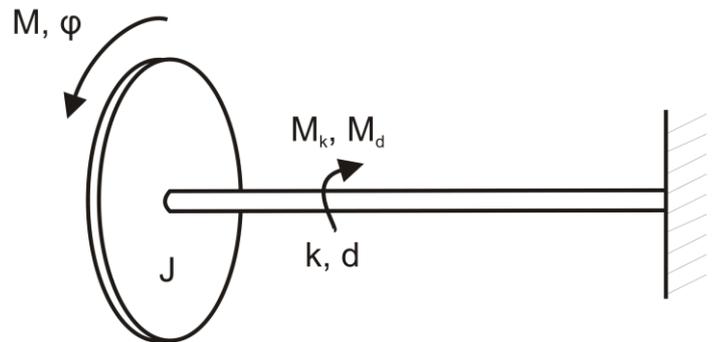


Abbildung 6: Welle mit Schwungrad

- a) Zeichnen Sie das generalisierte ESB zunächst auf und geben Sie die verallgemeinerten Spannungs- und Stromgrößen an. Leiten Sie vom generalisierten ESB ein mechanisches ESB ab.
- b) Stellen Sie die Differentialgleichung für das System auf. Welche Trägheit und Momente müssen berücksichtigt werden? Zeichnen Sie das zugehörige Strukturbild. Welchem zusammengesetzten Übertragungsglied entspricht das Modell?

Aufgabe 10 (TR) +++ Gleichstrommotor mit Schwungrad

Ein konstant erregter Gleichstrommotor treibt über eine lange elastische Welle eine Last, z.B. ein Schwungrad (Trägheitsmoment J_R), an. Die Wellenelastizität wird durch die Ersatzfederkonstante k hinreichend genau beschrieben. Dabei überträgt die Welle das Torsionsmoment M_k . Am Anker tritt eine Lagerreibung mit der Konstanten d_{r1} auf, die Lagerreibung der Last wird mit der Ersatzdämpfungskonstante d_{r2} approximiert. Der Gleichstrommotor, der vereinfacht durch eine Ankerwiderstand und eine Ankerspule dargestellt werden kann, wird durch eine Ankerspannung $u_{EMK}(t)$ erregt.

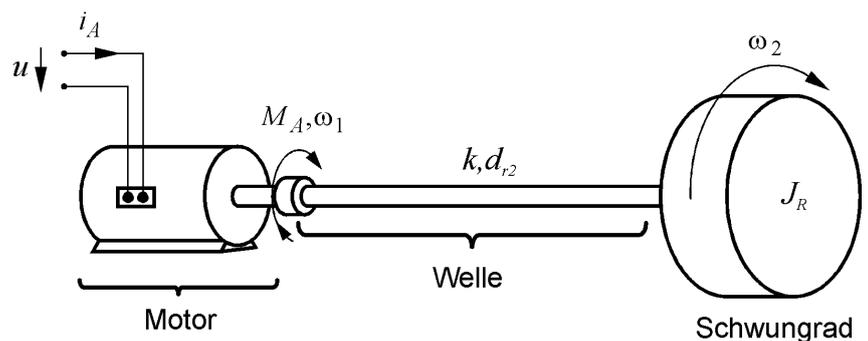


Abbildung 7: Prinzipskizze des Aufbaus

- a) Zerlegen Sie das Gesamtsystem zunächst in die Teilsysteme *Motor*, *Welle* und *Schwungrad* und legen Sie sinnvolle Ein- und Ausgangssignale fest. Zeichnen Sie das Blockschaltbild für die Teilsysteme und deren Koppelungen.
- b) Erstellen Sie einen Wirkplan für das Gesamtsystem bestehend aus dem elektrischen und mechanischen Teil. Vervollständigen Sie noch fehlende Größen.
- c) Bestimmen Sie alle relevanten Gleichungen des elektrischen Teilsystems und des mechanischen Teilsystems.
- d) Bestimmen Sie aus Aufgabenteil c) alle relevanten verallgemeinerten Spannungen und Ströme. Erstellen Sie ein generalisiertes Ersatzschaltbild für das Gesamtsystem.
- e) Zeichnen Sie ein Signalflussbild des Gesamtsystems, indem Sie zunächst die Signalflussbilder der Teilsysteme bestimmen und diese dann miteinander verbinden.

Hinweis: Die Winkelgeschwindigkeit ω_2 des Schwungrads sei die Ausgangsgröße des Systems.

Aufgabe 11 (TR) ++++ Feder-Masse-System mit Reibungskopplung und Ritzel-Zahnstange-Kopplung

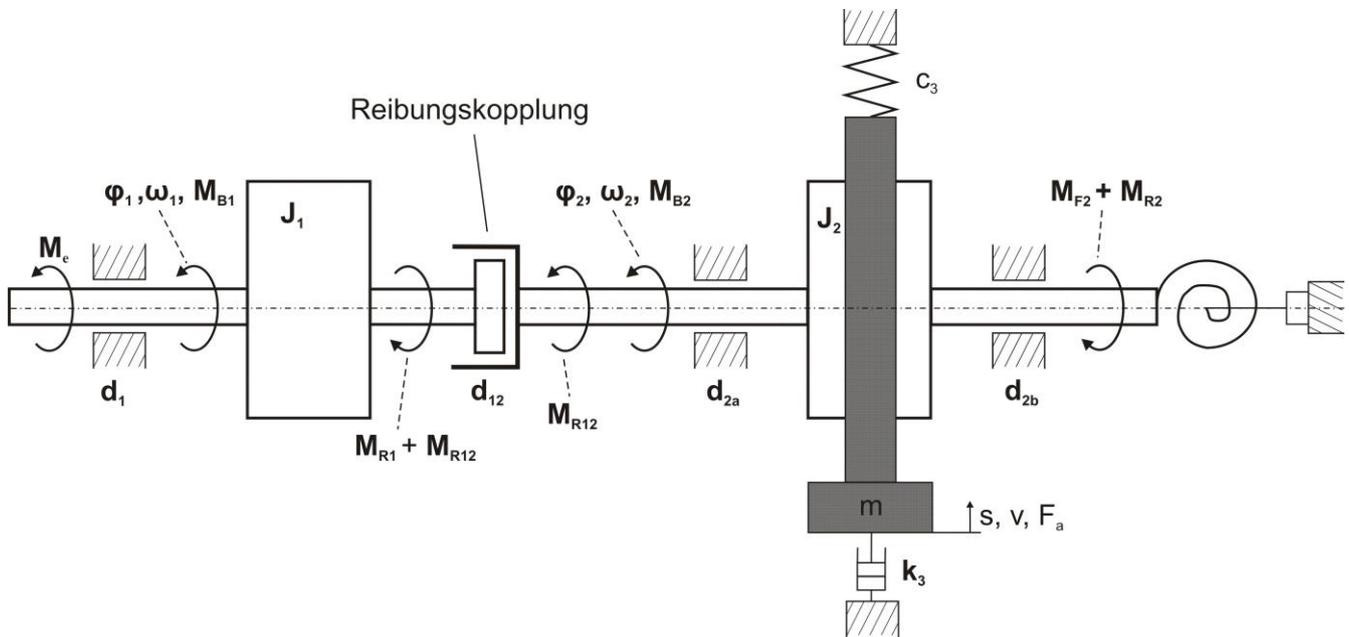
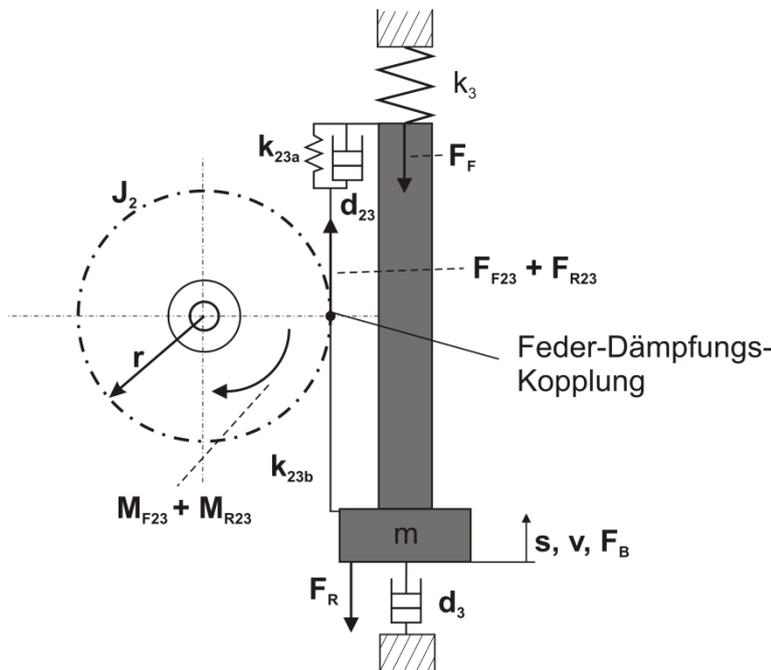


Abbildung 8: Feder-Masse-System

Der prinzipielle Aufbau eines Fahrzeuglenksystems ist in Abbildung 8 dargestellt. Auf dieses System wirkt als Eingangsgröße von der Lenkung ein Moment M_e auf die Welle mit der Trägheit J_1 , um die Ausgangslenkung s bzw. die Ausgangsgeschwindigkeit v gezielt zu beeinflussen. Die Welle hat mehrere Lagerstützpunkte und am rechten Wellenende ist eine Feder mit nichtlinearer Charakteristik $M_{F2} = k_{2NL} \cdot \varphi_2^3$ befestigt.

Die Welle ist über eine Reibungskopplung in zwei Komponenten aufgeteilt und mit einer Ritzel-Zahnstange-Kopplung verbunden. Somit lässt sich das Gesamtsystem in drei Teilsysteme aufteilen. Alle Indizes der relevanten Größen sind entsprechend deren Zugehörigkeit des Teilsystems gewählt. Im Folgenden wird die Ritzel-Zahnstange-Paarung als Feder-Dämpfungskopplung für die Zahnachgiebigkeit und Zahnreibung modelliert (siehe Abbildung 9), um die Wandlung der rotatorischen Bewegung des Zahnrades in eine translatorische Bewegung der Zahnstange darzustellen. Außerdem wird die Gewichtskraft der Masse m durch eine Vorspannung der Feder mit $F_F = F_{k3} - F_g$ kompensiert.

Die in Abbildung 8 und 9 auftretenden Größen sind wie folgt definiert:



- φ_i : Winkel
- ω_i : Winkelgeschwindigkeit
- k_i : Federkonstante
- d_i : Reibungskonstante
- J_i : Trägheitsmoment
- M_i : Drehmoment
- r : Radius des Zahnrades

Abbildung 9: Ritzel-Zahnstange-Kopplung

- a) Stellen Sie alle Grundgleichungen der relevanten Größen des Systems auf. Vereinfachen Sie, wenn Größen sinnvoll zusammengefasst werden können. Welche verallgemeinerten Strom und Spannungsgrößen können definiert werden?
- b) Überlegen Sie sich, wie das wirkende Drehmoment auf die Ritzel-Zahnstange als Kraft übertragen wird.
- c) Stellen Sie mit Hilfe der Grundgleichungen und der Abbildung 8 und 9 das verallgemeinerte Ersatzschaltbild auf und leiten Sie anschließend die Differentialgleichung des Gesamtsystems ab. Zeichnen Sie zunächst alle verallgemeinerten Spannungspunkte als Bezugspunkte ein, um die Lage der ESB-Komponenten systematisch und korrekt zu bestimmen. Für die nicht-lineare Feder gilt die verallgemeinerte Induktivität: $L(M) = \frac{1}{3} \left(\frac{M}{k} \right)^{\frac{2}{3}}$ in Abhängigkeit vom Moment M .

- d) Zeichnen Sie das zugehörige Signalflussbild des Gesamtsystems auf.

Aufgabe 12 (UE) +++ Elektrodynamischer Wandler

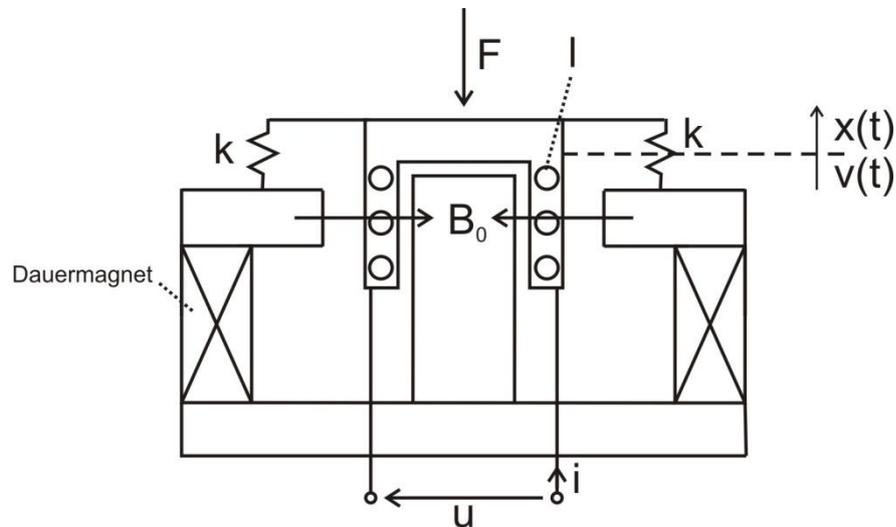


Abbildung 10: Schnittzeichnung eines Elektrodynamischen Wandlers

Das in Abbildung 10 gezeigte System eines elektrodynamischen Wandlers liegt dem Konstruktionsprinzip einer Tauchspule zugrunde. Eine durch zwei Federn k aufgehängte zylindrische Spule mit der Masse m und der Drahtlänge l kann in Richtung ihrer Achse in einem Luftspalt (Hinweis: Luftreibung muss berücksichtigt werden) bewegt werden. Der ringförmige Luftspalt ist durch eine Induktion B_0 aufgrund von zwei Dauermagneten durchsetzt. Bei einem Stromfluss i in der Spule werden deswegen Kräfte in axialer Richtung erzeugt. Die Gewichtskraft wird durch die Vorspannung der Federn kompensiert.

Für die Bewegung der Spule werden folgende lineare Beziehungen für die Magnetkraft F_{mag} und die induzierte Spannung u_v angenommen:

$$F_{mag} = B_0 \cdot l \cdot i$$

$$u_v = B_0 \cdot l \cdot v.$$

Der magnetische Widerstand des Eisenkreises und der Streufluss außerhalb des Ringspaltes werden vernachlässigt.

- a) Leiten Sie jeweils einen Wirkplan für die mechanische und die elektrische Wandlerseite her.
- b) Stellen Sie das verallgemeinerte Ersatzschaltbild für die elektrische und mechanische Wandlerseite auf und überlegen Sie sich über welche Gleichungen die beiden Teile verkoppelt sind.
- c) Stellen Sie das verallgemeinerte Ersatzschaltbild des Gesamtsystems auf.

Aufgabe 13 (TR) ++ Abgasschalldämpfer

Ein einfach aufgebauter Abgasschalldämpfer besteht prinzipiell aus zwei volumenartigen Hohlräumen, um den vom Motor kommenden Schalldruck um 90 % im Fernfeld zu verringern. Die beiden voneinander getrennten Hohlräume sind über jeweils zwei kurze Rohre mit der Hauptrohrleitung verbunden. Im Folgenden soll das dynamische Verhalten des Dämpfers mit dem Schalldruck P und dem Volumenfluss Q betrachtet werden.

Vereinfacht wird angenommen, dass der Motor durch eine verallgemeinerte Spannungsquelle mit einem Widerstand und einer Induktivität in Reihe geschaltet dargestellt werden kann. Für ein Stück reale Rohrleitung werden eine Induktivität und ein Widerstand als verallgemeinerte Bauelemente verwendet. Für ein reales Hohlraumvolumen gelten eine Kapazität und ein Widerstand als Ersatz. Der aus dem Rohrausgang austretende Schall wird an die Umgebung abgestrahlt und es wird dafür ein einfacher Widerstand als Approximation verwendet.

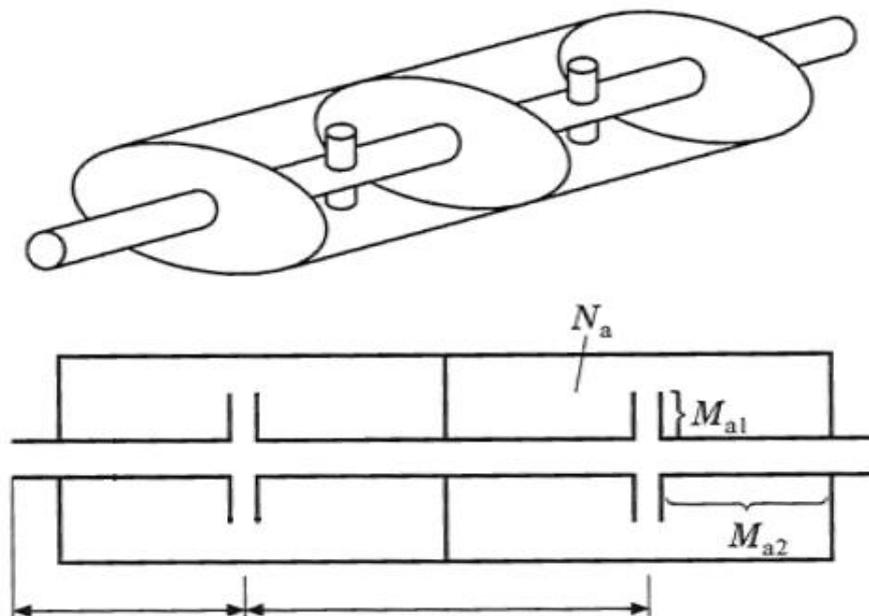


Abbildung 11: Prinzipskizze des Abgasschalldämpfers

Zeichnen Sie das generalisierte ESB auf und geben Sie die verallgemeinerten Spannungs- und Stromgröße an.